Florent
Chazel

Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant
EDF R&D / LNHE / Bat. K
6 quai Watier, BP 49, 78401 Chatou
☏ 06.20.97.29.69 ☎ 01.30.87.70.98
✉ florent-externe.chazel@edf.fr
☞ http ://f.chazel.free.fr

Dossier de candidature à un poste de Maître de Conférences

Section n°26 - Mathématiques Appliquées et Application des Mathématiques

Table des matières

Mots clés

Équations aux dérivées partielles, modélisation mathématique des écoulements à surface libre, analyse asymptotique, systèmes d'équations hyperboliques et elliptiques, analyse non-linéaire, opérateur de Dirichlet-Neumann, modèles dispersifs, modélisation numérique, calcul scientifique.

1. Curriculum vitæ

Nom :	**Florent Chazel**.
Date de naissance :	07/07/1981.
Nationalité :	Française.
État civil :	Marié sans enfant.
Titres :	Docteur en Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique, Ingénieur de l'Ecole des Mines de Nancy, Qualifié en sections 26 et 37 du CNU.

Situation actuelle

2007-2009 **Post-Doctorant** au Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant (Université Paris-Est, unité commune de recherche EDF R&D - Ecole des Ponts - CETMEF) sous la direction de Michel Benoit, et en collaboration avec Alexandre Ern et Serge Piperno du laboratoire CERMICS de l'Ecole des Ponts.

Enseignant vacataire à l'Ecole des Ponts et aux Mines de Paris.

Formation et diplômes

2004-2007 **Thèse de Doctorat** (spécialité Mathématiques Appliquées et Calcul Scientifique) à l'Institut de Mathématiques de Bordeaux (UMR CNRS 5251) sous la direction de David Lannes (Directeur de Recherche CNRS, ENS Paris).
Sujet : *Influence de la topographie sur les ondes de surface.*
Mention : Très honorable.
Soutenance : le 25 septembre 2007 devant un jury composé de

Jean-Claude SAUT	Professeur, Université Paris-Sud (Rapp. et Prés.),
Didier BRESCH	Directeur de Recherche, Univ. de Savoie (Rapp.),
Philippe BONNETON	Directeur de Recherche, Université Bordeaux 1,
David GERARD-VARET	Chargé de Recherche, ENS Paris,
David LANNES	Directeur de Recherche, ENS Paris,
Alain-Yves LE ROUX	Professeur, Université Bordeaux 1.

2003-2004 **Master de Recherche 2nde année en Mathématiques Appliquées**, Université de Bordeaux 1.
Mention : Bien (rang : 1^{er}).
Sujet de mémoire : *Un modèle d'interaction entre une source laser et un milieu composé d'atomes mobiles à deux niveaux d'énergie.*
Directeurs : Thierry Colin et Mathieu Colin.

2001-2004 **Ecole Nationale Supérieure des Mines de Nancy**, spécialité Ingénierie Mathématique (équations aux dérivées partielles, calcul scientifique).
Stage de 2nde année au Centre de Recherche Henri Tudor (Esch-sur-Alzette, Luxembourg) sur l'optimisation de solveurs non-linéaires.

Thèmes de Recherche

- **Modélisation mathématique des écoulements à surface libre** : construction de modèles déterministes non-linéaires et dispersifs de type Boussinesq, modélisation asymptotique, dynamique des vagues en zone côtière, étude de l'influence de la bathymétrie sur les écoulements, modèles de Boussinesq étendus en eaux profondes, modèles multicouches.

- **Analyse non-linéaire** : analyse asymptotique de systèmes hyperboliques et elliptiques, étude du caractère bien posé (existence et unicité de solutions fortes), opérateur de Dirichlet-Neumann, inégalités d'énergie, estimations d'erreurs.

- **Modélisation numérique en océanographie côtière** : schémas aux différences finies, volumes finis et éléments finis, méthodes de relaxation, méthodes de splitting. Simulation de la propagation des vagues en zone côtière, impact de la bathymétrie sur la dynamique des vagues (shoaling, déferlement, run-up), phénomènes d'ondes solitaires.

Compétences informatiques

Calcul Scientifique	Langages compilés : maîtrise de Fortran et C/C++, bases en Java, Assembleur Intel x86 et Delphi. Langages interprétés : grande expérience de Scilab (réalisation de plusieurs codes de calcul avancés), bonne maîtrise de FreeFem++. Systèmes d'exploitation : très bonne connaissance de Windows, bonnes bases en Linux/Unix.
Programmation Web	Grande expérience de PHP/Mysql 5.x (réalisation de plusieurs audits de code, publication de bulletins de sécurité), maîtrise avancée de XHTML, CSS, Javascript et Ajax (réalisation partielle de plusieurs sites internet).
Bureautique	Bonne expérience de LaTeX et de Beamer.

Langues

Anglais	Lu, écrit, parlé. Titulaire du Certificate of Advanced English.
Allemand	Niveau scolaire. Titulaire du Zertificate Deutsch.

2. Publications et pré-publications

Articles publiés dans des revues internationales à comité de lecture

1. F. Chazel, *Influence of bottom topography on long water waves.*
   Publié dans *M2AN*, **41**(4), pp. 771-799, 2007.
2. F. Chazel, *On the Korteweg-de Vries approximation for uneven bottoms.*
   Publié dans *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, **28**(2), pp. 234-252, 2009.
3. F. Chazel, M. Benoit, A. Ern, S. Piperno, *A double-layer Boussinesq-type model for highly nonlinear and dispersive waves.*
   Accepté pour publication dans *Proceedings of the Royal Society of London A*, 2009, 28 pp.

Actes de conférences avec comité de lecture

4. F. Chazel. *Influence of bottom topography on long water waves.*
   Publié dans *Proceedings of Waves 2007 (8th International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Waves)*, 2007.

Articles en préparation

5. F. Chazel, D. Lannes, F. Marche, P. Bonneton, *A splitting method for the Green-Naghdi equations*, en cours de rédaction.
6. F. Chazel, M. Benoit, A. Ern, S. Piperno, *Linear analysis and numerical validation of an extended Boussinesq-type model*, en cours de rédaction.

Mémoire de thèse

7. F. Chazel, *Influence de la topographie sur les ondes de surface*
   Thèse de doctorat, Institut de Mathématiques de Bordeaux, Université Bordeaux I, 25 septembre 2007, tel-00200419.

Les travaux 1-3 et 7 sont accessibles sur les archives HAL, TEL et arXiv, ainsi que sur la page

☞ `http ://f.chazel.free.fr`

et pourront être adressés aux rapporteurs sur simple demande, ou présentés lors de l'audition.

3. Activités d'enseignement

J'ai effectué l'ensemble de mes enseignements au sein respectivement de l'**Ecole des Mines de Paris**, l'**Ecole des Ponts** et l'**Université Bordeaux 2**, pour un total de **123 heures**. J'ai enseigné à des publics variés, allant du niveau L1 au niveau M1 et comportant de 12 à 30 élèves. Ci-dessous le détail de ces différents enseignements.

2008-2009 **Enseignant vacataire à l'Ecole des Mines ParisTech**

Chargé de Travaux Dirigés et Pratiques, encadrement (et rédaction) de projets Scilab pour le cours **«Approximation et évolution : aspects numériques»** de Michel KERN.

Niveau : équivalent M1 (2nde année).

Programme : problèmes de moindres carrés linéaires et non-linéaires, équations normales, factorisation QR, décomposition en valeurs singulières, problèmes inverses ; approximation de problèmes dynamiques, méthodes multipas pour la résolution des équations différentielles, ordre et stabilité, problèmes raides, méthodes de différences finies, lois de conservation.

Projets encadrés : «Méthodes de tir multiple», «Motifs dans les systèmes de réaction-diffusion», «Équation de Korteweg-de Vries».

Volume horaire : 12 heures équivalent TD.

☞ `http ://sgs.ensmp.fr/prod/sgs/ensmp/catalog/course/detail.php ?code=S1923`

2008-2009 **Enseignant vacataire à l'Ecole des Mines ParisTech**

Encadrement (et rédaction) de mini-projets pour le cours **«Éléments finis»** de Michel KERN.

Niveau : équivalent M1 (2nde et 3ème année).

Programme : formulation variationnelle et résolution sous FreeFem++.

Projets encadrés : «Calcul d'options dans le modèle de Black-Scholes», «Optimisation du chauffage dans un four», «Chauffage d'une pièce».

Volume horaire : 12 heures équivalent TD.

☞ `http ://sgs.ensmp.fr/prod/sgs/ensmp/catalog/course/detail.php ?code=S3733/5`

2008-2009 **Enseignant vacataire à l'Ecole des Ponts ParisTech**

Chargé de Travaux Pratiques pour le cours **«Initiation à Scilab et LaTeX»** de M. Michel DE LARA et Jean-Philippe CHANCELIER.

Niveau : équivalent L3 (1ère année).

Programme : manipulations vectorielles, graphiques, fonctions, programmation et entrées sorties sous Scilab ; éléments fondamentaux de rédaction de documents scientifiques avec LaTeX.

Volume horaire : 9 heures équivalent TD.

☞ `http ://cermics.enpc.fr/~delara/ENSEIGNEMENT/Scilab_ENPC/Scilab_ENPC.html`

2005-2006 **Enseignant vacataire à l'Université Victor Segalen Bordeaux 2**

Chargé de Travaux Dirigés pour le cours **«Algèbre bilinéaire»** de Christine NIVET-MONGRAND.

Niveau : L2.

Filière : Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales.

Programme : formes quadratiques, produit scalaire, normes, orthogonalité, espaces vectoriels euclidiens, espaces hermitiens, endomorphismes symétriques, réduction d'endomorphismes, opérateurs orthogonaux et polynômes.

Réalisations : rédaction de la totalité des feuilles d'exercices, participation à l'élaboration du sujet de l'examen final.

Volume horaire : 54 heures équivalent TD.

2004-2005 **Enseignant vacataire à l'Université Victor Segalen Bordeaux 2**

Chargé de Travaux Dirigés pour le cours **«Fonctions d'une variable réelle»** de Jean-Baptiste BURIE.

Niveau : L1.

Filière : Mathématiques Appliquées aux Sciences Sociales.

Programme : convergence des suites numériques, continuité et dérivation des fonctions numériques, développements limités, intégration des fonctions numériques, primitives, changement de variables, intégration par parties.

Réalisations : rédaction pour moitié des feuilles d'exercices.

Volume horaire : 36 heures équivalent TD.

4. Activités de recherche

Communications dans des conférences, colloques ou workshops internationaux

Déc. 2008 **Workshop «Large Amplitude Internal Waves».**
ICMS, Edimbourg, conférencier invité.

Juil. 2007 **Waves 2007**, 8^{th} International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Waves.
Université de Reading, conférence avec actes.

Juin 2006 **Sixième Conférence Internationale AIMS**, «Systèmes Dynamiques, Equations Différentielles et Applications».
Université de Poitiers, conférence sans actes.

Mars 2006 **Colloque «Water Waves» en l'honneur de Jerry Bona**.
Institut de Mathématiques de Bordeaux, conférencier invité.

Exposés dans des groupes de recherche, orateur invité

Mars 2009 **Groupe de recherche MOAD** (Modélisation, Asymptotique et Dynamique non-linéaire), GDR CNRS 2948.
Université Joseph Fourier, Grenoble.

Oct. 2006 **Groupe de recherche CHANT** (équations Cinétiques et Hyperboliques : Aspects Numériques, Théoriques et de modélisation), GDR CNRS 2900.
Session «Modèles micro-macro et cinétiques, fluides et problèmes d'interfaces», Université Joseph Fourier, Grenoble.

Jan. 2006 **Groupe de recherche MOAD** (Modélisation, Asymptotique et Dynamique non-linéaire), GDR CNRS 2948.
Session «Challenges actuels en mécanique des fluides», CIRM, Marseille.

Exposés dans des séminaires ou groupes de travail, orateur invité

03.04.2009 **Séminaire de l'équipe EDPs^2 du laboratoire LAMA**, Université de Savoie, Chambéry.

30.03.2009 **Groupe de travail «Méthodes numériques» du Laboratoire Jacques-Louis Lions**, Université Paris 6.

27.03.2009 **Séminaire d'Analyse Appliquée du laboratoire LAGA**, Université Paris 13.

24.03.2009 **Séminaire d'Analyse Appliquée du laboratoire LATP**, Centre de Mathématiques et Informatique (CMI), Université de Provence, Marseille.

08.01.2009 **Séminaire «Modèles et Algorithmes Déterministes : EDP-MOISE»**, laboratoire Jean-Kuntzmann, Université Joseph Fourier, Grenoble.

08.12.2008 **Groupe de travail «Mécanique des Fluides» de l'Institut de Mathématiques de Toulouse**, INSA Toulouse.

04.12.2008 **Séminaire «Hydrodynamique et Océano-météo» du CLAROM**, Institut Français du Pétrole, Rueil-Malmaison.

17.11.2008 **Groupe de travail «Mécanique des fluides réels» du CMLA**, ENS Cachan.

04.11.2008 **Séminaire de l'équipe ACSIOM**, Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier.

06.10.2008 **Séminaire du Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant**, EDF R&D, Chatou.

19.05.2008 **Groupe de travail MAMNO** («Modélisation et Analyse Mathématique et Numérique en Océanographie»), Institut de Mathématiques de Bordeaux.

17.04.2008 **Séminaire de l'équipe «Analyse numérique et équations aux dérivées partielles»**, Université Paris-Sud, Orsay.

13.06.2007 **Séminaire d'Hydraulique du Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement** (LNHE), EDF R&D, Chatou.

04.01.2006 **Séminaire des doctorants de l'IMB**, Institut de Mathématiques de Bordeaux.

02.12.2004 **Groupe de travail «Stabilité»**, Institut de Mathématiques de Bordeaux.

Participation à des colloques, écoles d'été ou groupes de recherche (auditeur)

Janv. 2009 **Colloque «Océanographie et Mathématiques»**, Ecole Normale Supérieure de Paris.

Sept. 2007 **Colloque «Modèles dispersifs et dynamique des fluides»** en l'honneur de Jean-Claude Saut, Université Paris-Sud, Orsay.

Nov. 2005 **Colloque «Systèmes hyperboliques et ondes non linéaires» en l'honneur de G. Boillat**, Université de Clermont-Ferrand.

Juil. 2005 **Ecole d'été de l'Institut Fourrier : Dynamique des équations aux dérivées partielles non linéaires**, Grenoble.

Mars. 2005 **Groupe de recherche EAPQ**, Université de Franche-Comté, Besançon.

Participation régulière à des groupes de travail ou séminaires (auditeur)

2007-2008 **Groupe de travail MAMNO** («Modélisation et Analyse Mathématique et Numérique en Océanographie»), Institut de Mathématiques de Bordeaux.

2004-2007 **Séminaire de Mathématiques Appliquées** , Institut de Mathématiques de Bordeaux.

Organisation de séminaire

2009- ? **Coorganisateur du séminaire du Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant**, EDF R&D, Chatou.

Collaborations scientifiques

2008- ? **Collaboration avec Fabien Marche (Maître de conférences, Université de Montpellier), David Lannes (Directeur de Recherche, ENS Paris) et Philippe Bonneton (Professeur, Université Bordeaux 1)** autour de la modélisation et la simulation numérique des équations de Green-Naghdi. Réalisation d'un code de calcul complet 1DH (une dimension horizontale) en Scilab, basé sur une méthode de splitting mêlant un traitement volumes finis des équations de Saint-Venant et un traitement différences finies des termes dispersifs. Un article sur la validation de la méthode numérique en 1DH avec gestion de la ligne d'eau et du déferlement est en cours de rédaction, tandis qu'un second article est prévu sur l'extension de la méthode en 2DH (deux dimensions horizontales).

2007- ? **Collaboration avec Alexandre Ern (Professeur, Ecole des Ponts) et Serge Piperno (Directeur de la Recherche à l'Ecole des Ponts)** sur la création d'un modèle mathématique et numérique de propagation des vagues du large vers la côte. Un modèle mathématique a été construit pour répondre à un cahier des charges exigeant, mêlant domaine de validité physique étendu (eaux profondes) et complexité mathématique et numérique réduite. Réalisation d'un code de calcul complet 1DH en Scilab, basé sur une approche différences finies et validation du modèle sur des cas tests classiques. Un premier article sur la construction du modèle a été accepté pour publication dans Proceedings of the Royal Society of London A, tandis qu'un second article présentant la validation numérique du modèle est en cours de rédaction. Une extension en Fortran du code de calcul en 2DH basée sur une approche éléments finis est en cours de réalisation.

5. Résumé des travaux de recherche

Cette partie est consacrée à la description des mes travaux de recherche, réalisés dans le cadre de ma thèse au sein de l'équipe de Mathématiques Appliquées de l'Institut de Mathématiques de Bordeaux (UMR CNRS 5251, Université Bordeaux 1) sous la direction de David Lannes (Directeur de Recherche, ENS Paris), puis dans le cadre de mon post-doctorat au Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant (Université Paris-Est, unité commune de recherche EDF R&D, Ecole des Ponts, CETMEF) sous la direction de Michel Benoit (Ingénieur Sénior EDF R&D, Directeur du laboratoire Saint-Venant). Les références citées dans cette partie sont regroupées dans la bibliographie située en fin de dossier.

5.1 Présentation générale

D'une manière globale, mes activités de recherche ont pour objet la **modélisation et l'analyse mathématique des écoulements à surface libre** et visent à **développer, analyser et simuler de nouveaux modèles** permettant d'appréhender les écoulements littoraux et l'hydrodynamique associée à la transformation de la houle en milieu peu profond. La modélisation de ces écoulements littoraux représente actuellement un **enjeu scientifique de taille**. En zone côtière et portuaire, les vagues de gravité générées par le vent jouent en effet un rôle déterminant dans un grand nombre de problématiques : actions et efforts sur les ouvrages, stabilité des structures à la mer, submersion et inondation en zone côtière, mouvement et manœuvrabilité des navires, dynamique des sédiments et évolution morphodynamique... Les processus hydrodynamiques inhérents aux milieux peu profonds tels que les effets non-linéaires, dispersifs ou encore bathymétriques sont complexes à étudier, et l'utilisation de modèles numériques efficaces est indispensable si l'on veut être en mesure de prévoir, par exemple, l'impact de phénomènes à grande échelle tels que la **propagation d'ondes de type tsunami** [11] et leurs **interactions avec les structures côtières** [18]. À ces applications s'est récemment ajoutée celle des **énergies marines**, thématique extrêmement riche et dynamique à l'heure actuelle, et nécessitant des modèles capables de reproduire de manière fiable et peu coûteuse la dynamique des vagues et des courants en zone côtière.

Les écoulements à surface libre en milieu marin sont classiquement modélisés par les **équations d'Euler à surface libre**, autrement appelées problème des **water waves**. Ces équations permettent de décrire l'évolution temporelle de la surface libre et du champ de vitesse d'un fluide supposé parfait, irrotationnel et sous la seule influence de la gravité. Elles peuvent être naturellement réécrites selon la formulation potentielle de Zakharov (voir [28])

$$\begin{cases} \partial_t\psi + \frac{1}{2}|\nabla_X\psi|^2 - \frac{1}{2}(\mathcal{G}[\eta,b]\psi)^2(1+|\nabla_X\eta|^2) + g\eta = 0\,, \\ \partial_t\eta + \nabla_X\eta\cdot\nabla_X\psi - \mathcal{G}[\eta,b]\psi(1+|\nabla_X\eta|^2) = 0\,, \end{cases} \tag{5.1}$$

où $\eta(t,X)$ représente la paramétrisation de la surface libre, $\psi(t,X)$ la trace du potentiel des vitesses sur la surface libre, $b(X)$ la paramétrisation de la bathymétrie et $\mathcal{G}[\eta,b]$ l'opérateur de Dirichlet-Neumann, qui est un opérateur non-local défini par

$$\mathcal{G}[\eta,b]\psi = \partial_z\phi_{|_{z=\eta}} \tag{5.2}$$

où ϕ est solution du problème aux limites elliptique suivant

$$\begin{cases} \Delta_X\phi + \partial_z^2\phi = 0\,, \\ \phi_{|_{z=\eta}} = \psi\,, \quad (\nabla_X\phi\cdot\nabla b - \partial_z\phi)_{|_{z=-h0+b}} = 0\,. \end{cases} \tag{5.3}$$

D’un point de vue mathématique, l’analyse de ces équations est une tâche complexe du fait de leur caractère fortement non-linéaire non strictement hyperbolique. Mais elles sont maintenant bien comprises grâce, entre autres, aux travaux de David Lannes, ayant permis d’établir le **caractère bien posé du problème** en profondeur finie ([19], 2005) et en temps long ([1], 2007). Néanmoins, la simulation numérique de ces équations se révèle être une tâche complexe, même si les avancées récentes de Grilli *et al.* ([15], 2001) et Fochesato & Dias ([13], 2001) ont permis de réduire grandement leur coût numérique. Une solution naturelle est dès lors d’essayer de réduire la complexité du problème en construisant des **modèles approchés** permettant d’appréhender les processus hydrodynamiques prépondérants dans des cadres physiques simplifiés. La construction des premiers **modèles dispersifs** remonte à la fin du XIXème siècle avec Boussinesq ([6], 1872) et Korteweg-de Vries ([17], 1895), et ceux-ci ont été depuis cette époque largement utilisés et améliorés, même si le problème de leur **justification mathématique (étude du caractère bien posé et de la convergence des solutions vers celles du problème complet en temps long)** ne fut abordé qu’à partir de la fin du siècle dernier (voir [10, 25, 4, 1]). Néanmoins, ceux-ci se restreignent souvent au cadre d’un fond plat, et ne permettent donc pas de rendre compte de phénomènes primordiaux tels que les **transformations non-linéaires de la houle liées aux variations bathymétriques**.

Mes travaux de thèse se sont inscrits dans cette optique de **développement et de justification mathématique de nouveaux modèles dispersifs permettant de rendre compte des effets bathymétriques**. La construction de ces modèles s’effectue classiquement par développement asymptotique et repose sur des hypothèses restrictives de **faible non-linéarité et faible dispersion**. En dehors de la propagation de tsunamis (qui sont des ondes longues de faible amplitude), le cadre d’application de ces modèles est donc étroit et ne permet pas de considérer la propagation de vagues pour des conditions de houle réalistes. Il est important de noter qu’à l’heure actuelle, il n’existe pas de modèle simple permettant de simuler correctement le cycle entier de formation, de propagation et de déferlement des vagues en zone côtière. Les recherches actuelles en océanographie côtière sont donc axées sur le développement de nouveaux modèles ayant des domaines de validité étendus. C’est dans ce cadre de recherche que se situe mon travail actuel de post-doctorat sur la **modélisation mathématique et numérique de la propagation des vagues en zone côtière**.

D’un point de vue global, les thématiques que j’ai pu aborder lors de mes recherches sont les suivantes :

- **Modélisation mathématique des écoulements à surface libre** : construction de modèles dispersifs de type Boussinesq, modélisation asymptotique, dynamique des vagues en zone côtière, étude de l’influence de la bathymétrie sur les écoulements, modèles de Boussinesq étendus en eaux profondes, modèles multicouches.
- **Analyse non-linéaire** : analyse asymptotique de systèmes hyperboliques et elliptiques, étude du caractère bien posé (existence et unicité de solutions fortes), opérateur de Dirichlet-Neumann, inégalités d’énergie, estimations d’erreurs.
- **Modélisation numérique en océanographie côtière** : schémas aux différences finies, volumes finis et éléments finis, méthodes de relaxation, méthodes de splitting. Simulation de la propagation des vagues en zone côtière, impact de la bathymétrie sur la dynamique des vagues (shoaling, déferlement, run-up), phénomènes d’ondes solitaires.

5.2 Descriptif des travaux de thèse

L’objectif de ma thèse était de proposer de **nouveaux modèles dispersifs d’écoulements**

littoraux permettant de rendre compte de l'**influence de la topographie des fonds marins sur les ondes de surface**. La réalisation de cet objectif était divisée en trois étapes d'égale importance : une étape de **modélisation**, où les méthodes de construction sont présentées de façon détaillée, une étape d'**analyse mathématique**, où les modèles obtenus sont systématiquement et rigoureusement justifiés, et enfin une étape de **modélisation et simulation numérique** où ces modèles sont implémentés puis comparés sur des cas classiques de bathymétrie.

La première partie de la thèse propose une extension des modèles de type Boussinesq de Bona, Chen & Saut ([3], 2002 ; [4], 2004) et Bona, Colin & Lannes ([5], 2005) au cas d'une bathymétrie variable. Le régime de Boussinesq est caractérisé par deux petits paramètres du même ordre

$$\varepsilon = \frac{a}{h_0} \ll 1 \,, \quad \mu = \frac{h_0^2}{\lambda^2} \ll 1 \,, \quad \varepsilon = O(\mu) \,, \tag{5.4}$$

où a représente l'amplitude caractéristique des ondes de surface, λ leur longueur d'onde et h_0 la profondeur moyenne. Le paramètre ε sert à quantifier la non-linéarité de l'écoulement et μ son caractère dispersif : le régime de Boussinesq s'intéresse donc à des ondes faiblement non-linéaires et faiblement dispersives (autrement appelées ondes longues de faible amplitude).

Dans un premier temps, je me suis intéressé à l'opérateur de Dirichlet-Neumann (5.2-5.3) dans le cadre d'un problème elliptique général

$$\begin{cases} -\nabla_{X,z} \cdot P\,\nabla_{X,z}\, u = 0\,, \\ u_{|_{z=\eta(X)}} = f \,, \quad \partial_n^P\, u_{|_{z=-h_0+b(X)}} = 0\,. \end{cases} \tag{5.5}$$

où ∂_n^P est la dérivée conormale associée à la matrice P diagonale à coefficients strictement positifs. Grâce à un difféomorphisme permettant de redresser le domaine et l'utilisation de normes anisotropes, j'ai pu démontrer le résultat suivant (dont la formulation complète peut être trouvée dans [7]) pour des données suffisamment régulières : si ε est un petit paramètre, si u_{app} est une solution approchée du problème (5.5) à l'ordre ε^p, et si le problème elliptique possède une composante dominante suivant z, alors on peut construire une approximation à l'ordre ε^p de l'opérateur de Dirichlet-Neumann associé à (5.5) à partir de u_{app}. Ce résultat fournit une méthode de construction rigoureuse de l'opérateur de Dirichlet-Neumann dans le cas de problèmes elliptiques possédant une composante dominante.

L'application de ce résultat aux formes adimensionnées des équations (5.1) et à l'opérateur (5.2-5.3) permet de construire deux nouveaux modèles de type Boussinesq dans le cadre de deux régimes de variations bathymétriques distincts : celui de faibles variations et celui de fortes variations topographiques. Par la suite, deux changements de variables respectivement linéaire et non-linéaire sont successivement appliqués sur ces modèles, permettant au final d'obtenir deux nouvelles **classes de modèles symétriques** de type Boussinesq avec termes de topographie selon le régime de variations bathymétriques considéré. La classe obtenue dans le cadre de faibles variations topographiques regroupe les modèles symétriques

$$\begin{cases} (1-\varepsilon a_2\Delta)\,\partial_t\tilde{V} + \nabla\eta + \varepsilon\Big[\frac{1}{4}\nabla|\eta|^2 + \frac{1}{4}\nabla|\tilde{V}|^2 + \frac{1}{2}(\tilde{V}\cdot\nabla)\tilde{V} + \frac{1}{2}\,\tilde{V}\,\nabla\cdot\tilde{V} - \frac{1}{2}\,b\,\nabla\eta + a_1\Delta\nabla\eta\Big] = 0\,, \\ (1-\varepsilon a_3\Delta)\,\partial_t\eta + \nabla\cdot\tilde{V} + \varepsilon\left[\frac{1}{2}\nabla\cdot\Big((\eta-b)\,V\Big) + a_1\Delta\nabla\cdot\tilde{V}\right] = 0 \quad , \end{cases} \tag{5.6}$$

où V représente la vitesse du fluide à une certaine cote et $a_2, a_3 \geq 0$. Par le biais d'une **analyse non-linéaire** tirant parti des caractères **hyperbolique et symétrique** des modèles construits, j'ai pu enfin démontrer leur **caractère bien posé** et justifier que ces nouvelles classes de modèles fournissent une **approximation des solutions des équations d'Euler en temps long d'ordre** $O(\varepsilon^{-1})$. Ces résultats constituent une **justification mathématique complète** des modèles construits. Cette partie a fait l'objet d'un article publié dans la revue *M2AN* ([7], 2007).

La seconde partie de la thèse porte sur l'**approximation de type Korteweg-de-Vries découplée** telle que celle proposée et justifiée par Schneider & Wayne ([25], 2002) en fond plat et par Iguchi ([16], 2007) dans le cadre de bathymétries régulières. J'ai montré qu'à partir de la classe de modèles symétriques (5.6), il était possible de retrouver cette approximation de KdV par la diagonalisation de (5.6) et la recherche de solutions sous la forme d'un couple d'ondes (U_0, N_0) se propageant en sens inverse, plus des termes correcteurs (U_1, N_1) vérifiant une condition classique de croissance sous-linéaire. Via l'utilisation d'un outil classique de découplage, on obtient un système d'équations de KdV découplées similaires à celles d'Iguchi, modulant lentement en temps la dynamique des termes prépondérants U_0 and N_0 :

$$\begin{cases} \partial_T U_0 + \frac{3}{8}\partial_x U_0^2 + \frac{1}{6}\,\partial_x^3 U_0 = 0\ , \\ \partial_T N_0 + \frac{3}{8}\partial_x N_0^2 - \frac{1}{6}\,\partial_x^3 N_0 = 0\ , \end{cases} \tag{5.7}$$

où $T = \varepsilon t$ est la variable temporelle lente, les termes correcteurs U_1 et N_1 étant régis par un système d'équations de transport inhomogènes. Il est ainsi possible de construire une approximation des solutions de (Σ) en introduisant le couple

$$(v^{\varepsilon}_{KdV}, \eta^{\varepsilon}_{KdV}) = \Big(\frac{U_0 + N_0}{2}, \frac{U_0 - N_0}{2}\Big)\ , \tag{5.8}$$

et de retrouver ainsi l'approximation de KdV classique.

Une discussion sur la validité de cette approximation sur des bathymétries générales a ensuite été proposée. Via l'**analyse asymptotique** de cette approximation et l'utilisation de techniques d'**estimation d'erreurs**, j'ai pu montrer que celle-ci convergeait vers les solutions du problème complet pour des bathymétries suffisamment régulières, mais qu'elle divergeait en temps long d'ordre $O(\varepsilon^{-1})$ sur des bathymétries spécifiques de type marche ou sinusoïdales. J'ai pu dès lors construire une **nouvelle approximation de type KdV** en incluant des **termes topographiques correcteurs** dans l'approximation (5.8) afin de corriger ce problème. Cette nouvelle approximation est valable **en temps long** pour une large classe de bathymétries, nécessitant en particulier **moins de régularité** que dans le cadre de l'approximation proposée par Iguchi. Ces résultats, ainsi qu'une partie de ceux exposés dans la troisième partie, ont fait l'objet d'un article publié dans la revue *European Journal of Mechanics B/Fluids* ([8], 2009).

Au cours de la dernière partie, j'ai présenté dans un premier temps une série de simulations numériques en 1DH (une dimension horizontale), où les précédents modèles sont comparés entre eux : l'un des modèles de Boussinesq symétriques (5.6), l'approximation de KdV découplée (5.7-5.8) et la nouvelle approximation de KdV topographiquement modifiée construite dans la seconde partie. Ces différents modèles ont été discrétisés selon des schémas numériques aux différences finies de type **Crank-Nicholson**, où les termes non-linéaires des différents modèles ont été traités selon une **méthode de relaxation** avec termes prédicteurs proposée par Besse & Bruneau ([2], 1998), permettant de s'affranchir du coûteux traitement des non-linéarités présentes dans les trois modèles. Les discrétisations spatiales sont enfin choisies de manière à préserver certaines **quantités conservées** par les modèles, telles que la norme L^2 pour les équations de KdV (5.8) et la norme $|v|^2_{L^2} + |\eta|^2_{L^2} + \varepsilon a_2 |\partial_x v|^2_{L^2} + \varepsilon a_4 |\partial \eta|^2_{L^2}$ pour le modèle de Boussinesq (5.6), ainsi que la structure symétrique de ce dernier. Ces schémas sont ensuite validés en fond plat par comparaison avec une solution analytique connue. Les modèles sont ensuite simulés sur deux bathymétries différentes, respectivement de type marche et sinusoïdale, pour différentes valeurs du petit paramètre ε et en temps très long d'ordre $O(\varepsilon^{-3/2})$. Les résultats montrent la bonne capacité des modèles à reproduire les phénomènes physiques attendus, mais aussi une tendance à diverger en temps très long pour l'approximation de KdV topographiquement modifiée.

Dans un second temps, j'ai proposé une étude numérique des équations de **Green-Naghdi** ([14], 1976) telles que formulées et justifiées par David Lannes ([1], 2007). Ce modèle possède un domaine de validité physique étendu lui permettant, en particulier, de propager des **vagues fortement non-linéaires** en s'affranchissant de l'hypothèse de petitesse du paramètre ε. Après avoir démontré la conservation d'une énergie spécifique par les équations de Green-Naghdi, j'ai présenté une discrétisation similaire à celle utilisée ci-dessus, permettant de préserver cette conservation d'énergie à un reste d'ordre $O(\varepsilon dt)$ près, où dt est le pas de temps considéré, et ensuite montré que cette quasi-conservation était suffisante pour nos besoins. Après avoir validé le schéma en fond plat par comparaison avec la solution analytique connue de ces équations, j'ai comparé numériquement le modèle de Green-Naghdi avec le modèle de Boussinesq (5.6) sur des topographies de type marche et de type pente douce. Les résultats ont montré une incapacité du modèle de Boussinesq construit pour de faibles variations topographiques à rendre compte du raidissement quasi extrême de l'onde au moment du déferlement (cf Figure 5.1), au contraire du modèle de Green-Naghdi qui a fourni des résultats probants sur l'ensemble des cas-tests considérés.

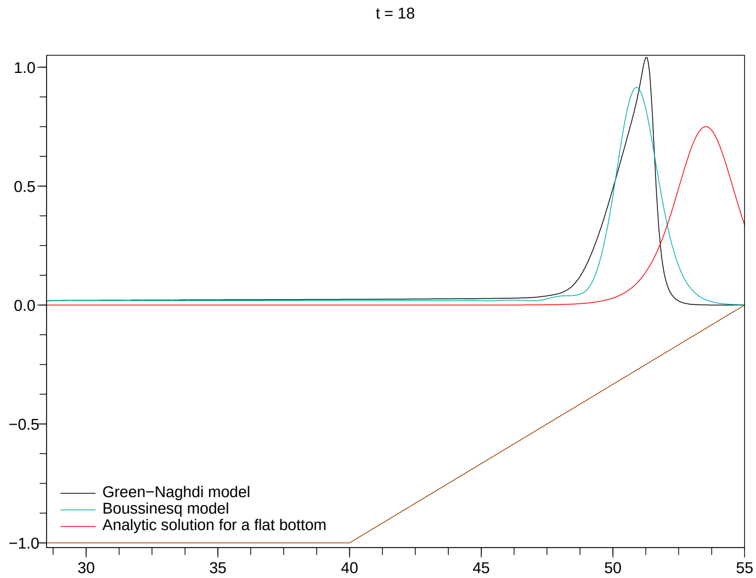

FIGURE 5.1 – Comparaison du modèle de Boussinesq (5.6) et du modèle de Green-Naghdi sur une pente douce.

5.3 Descriptif des travaux de post-doctorat

L'objectif de mon travail post-doctoral est de développer un **modèle mathématique et numérique déterministe pour la propagation des vagues du large vers la côte**, ainsi qu'un **code de calcul** permettant de simuler des écoulements littoraux sur des domaines bidimensionnels en plan de plusieurs kilomètres de côté. Á terme, ce code de calcul a deux vocations : 1) être couplé avec le code ARTEMIS (développé à EDF R&D) d'agitation portuaire (basé sur l'équation de Berkhoff) et 2) être adapté et utilisé pour des études sur les énergies marines, en particulier sur la récupération de l'énergie des vagues. Ce post-doctorat est effectué en collaboration avec Alexandre Ern (Professeur, Ecole des Ponts) et Serge Piperno (Directeur de la Recherche à l'Ecole des Ponts).

La première partie du post-doctorat a été consacrée au développement d'un nouveau modèle répondant à un cahier des charges exigeant, nécessitant de trouver le meilleur compromis entre domaine de validité physique et complexité numérique. Les contraintes ayant été fixées pour ce modèle sont 1) de pouvoir propager avec précision des **ondes fortement non-linéaires et fortement dispersives**, 2) d'être utilisable sur des domaines de plusieurs kilomètres carrés avec **maillage non-structuré** et 3) de présenter une **faible complexité numérique** lui permettant de fournir des résultats en quelques heures sur une station de travail classique.

La construction de ce modèle repose sur deux hypothèse fortes : celle d'**irrotationnalité** du fluide, permettant de travailler avec la formulation potentielle (5.1-5.2-5.3) des équations d'Euler surface libre, et celle de **lentes variations bathymétriques**, permettant en particulier de négliger les termes quadratiques de variation bathymétrique (termes en $|\nabla h|^2$, $h(X)$ représentant ici la hauteur du fluide au repos). L'idée première est ici de ne pas travailler avec l'opérateur de Dirichlet-Neumann classique $\mathcal{G}[\eta, h]$ (5.2-5.3), qui est un opérateur dynamique car dépendant de η, mais plutôt avec un **opérateur de Dirichlet-Neumann statique** $\mathcal{G}_0[h]$ exprimé à la surface du fluide au repos (paramétrée par $z = 0$) et défini par

$$\mathcal{G}_0[h] = \mathcal{G}[\eta = 0, h] \; . \tag{5.9}$$

L'utilisation de cet opérateur statique nécessite néanmoins l'introduction de deux nouvelles inconnues que sont le potentiel des vitesses ϕ_0 et la vitesse verticale w_0 à $z = 0$, et la recherche de deux équations de fermeture du problème entre les inconnues à la surface libre $z = \eta$ et à la surface libre au repos $z = 0$. Ces relations sont obtenues facilement par deux développements de Taylor tronqués du potentiel des vitesses et de la vitesse verticale entre $z = \eta$ et $z = 0$ combinés avec l'équation de Laplace (5.3), la justification de cette troncature s'effectuant au moyen du paramètre de cambrure (rapport entre l'amplitude des vagues et leur longueur d'onde) qui est un petit paramètre lorsque la vague est stable.

La seconde idée fondamentale de construction du modèle est de combiner deux approches récentes, respectivement celle introduite par Madsen *et al.* ([21], 2002 ; [22], 2003) pour leur **modèles de Boussinesq d'ordre élevé**, et l'approche **double-couche** proposée par Lynett & Liu ([20], 2004). Dans [21, 22], la dérivation du modèle repose sur la recherche de solutions de l'équation de Laplace (5.3) sous la forme de **séries de Taylor infinies**, qui sont ensuite tronquées à un certain ordre et combinées avec des **approximants de Padé**, permettant ainsi d'obtenir un domaine de validité physique très étendu (jusqu'en **eaux profondes**), mais au prix d'une complexité numérique importante (6 équations au total, présence de dérivées d'ordre 5). Dans [20], les auteurs proposent quant à eux de séparer de manière artificielle le fluide en **deux couches d'égale densité**, permettant ainsi de **diminuer la complexité numérique** via la diminution de l'ordre maximal des dérivées contenues dans le modèle. L'idée sous-jacente à la combinaison de ces deux méthodes est de préserver le domaine de validité des modèles de Madsen *et al.* tout en diminuant leur complexité numérique grâce à une **approche double-couche**. En appliquant cette approche double-couche à la méthodologie de Madsen *et al.*, on peut dès lors construire une approximation $\mathcal{G}_0^{app}[h]$ de l'opérateur de Dirichlet-Neumann statique $\mathcal{G}_0[h]$ ne faisant intervenir que des dérivées d'ordre deux au maximum. Le modèle final s'écrit ainsi

$$\begin{cases} \partial_t \widetilde{\phi_1} + \frac{1}{2}|\nabla \widetilde{\phi_1}|^2 - \frac{1}{2}\widetilde{w_1}^2(1 + |\nabla \eta|^2) + g\eta = 0 \; , \\ \partial_t \eta + \nabla \eta \cdot \nabla \widetilde{\phi_1} - \widetilde{w_1}(1 + |\nabla \eta|^2) = 0 \; , \\ \Big(1 - \frac{\eta^2}{2}\Delta + (\eta - \frac{\eta^3}{6}\Delta)\, \mathcal{G}_0^{app}[h]\Big)\, \phi_0 = \widetilde{\phi_1} \; , \\ \widetilde{w_1} = \Big(-\eta\Delta + (1 - \frac{\eta^2}{2}\Delta)\, \mathcal{G}_0^{app}[h]\Big)\, \phi_0 \; , \end{cases} \tag{5.10}$$

où $\widetilde{\phi_1}$ représente le potentiel des vitesses à la surface libre et $\widetilde{w_1}$ la vitesse verticale du fluide à la surface libre, et $\Delta = \Delta_X$. Le modèle obtenu présente une complexité numérique très intéressante, avec seulement **quatre équations (en 1DH et 2DH) et des dérivées d'ordre deux au maximum**, tout en tirant parti du caractère statique de l'opérateur $\mathcal{G}_0[h]$ qui peut ainsi être construit une seule fois à $t = 0$.

L'**analyse linéaire** du modèle (relation de dispersion, profils de vitesse, shoaling linéaire) fait clairement apparaître un **domaine de validité très étendu**, lui permettant d'être applicable jusqu'en eaux profondes et donc de gérer des ondes fortement dispersives. Le comportement non-linéaire a, quant à lui, été validé numériquement en eaux profondes sur le cas-test d'une onde

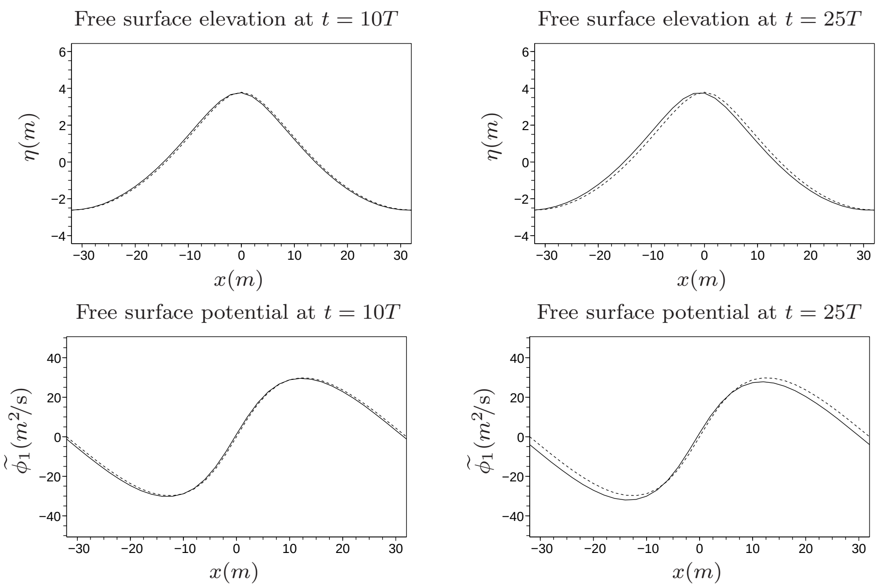

FIGURE 5.2 – Snapshots de la surface libre (haut) et du potentiel des vitesses à la surface (bas) au bout de 10 périodes (gauche) et 25 périodes (droite). Modèle double-couche en trait plein et solution de référence en pointillés.

non-linéaire périodique se propageant sans déformation sur un fond plat, pour lequel on dispose de solutions de référence. Les résultats numériques (cf Figure 5.2) ont montré un excellent accord entre la solution numérique du modèle et la solution de référence sur une vingtaine de périodes. Ces travaux de modélisation ont fait l'objet d'un article [9] avec M. Benoit, A. Ern et S. Piperno, accepté pour publication dans *Proceedings of the Royal Society of London A*.

La seconde partie du post-doctorat m'a permis de réaliser un **code de calcul 1DH complet en Scilab**, afin de valider le modèle sur différents cas-tests classiques d'**océanographie côtière** : solution non-linéaire périodique en fond plat (cf Figure 5.2), cas d'une bathymétrie trapézoïdale (appelé cas de Dingemans), shoaling sur une pente douce. La discrétisation du modèle repose sur un schéma aux différences finies de type **Runge-Kutta d'ordre élevé** tirant parti du **caractère statique** de l'opérateur de Dirichlet-Neumann alternatif utilisé dans le modèle. Ce code a, entre autres, permis de valider la capacité du modèle à propager correctement des **ondes fortement non-linéaires** en eaux profondes, ainsi que son aptitude à reproduire les transformation non-linéaires liées aux variations bathymétriques. L'ensemble de ces validations fera l'objet d'un article dans les mois à venir (en cours de rédaction). En parallèle, je suis en train de développer une extension en Fortran du code en 2DH, basée sur une approche **éléments finis** et un traitement adapté de l'opérateur de Dirichlet-Neumann statique.

5.4 Collaborations scientifiques

En parallèle de ce post-doctorat (et de la collaboration avec A. Ern et S. Piperno), je poursuis la collaboration entamée en 2008 avec **Fabien Marche** (Maître de conférences, Université de Montpellier), **David Lannes** (Directeur de Recherche, ENS Paris) et **Philippe Bonneton** (Professeur, Université Bordeaux 1) autour de la **modélisation et la simulation numérique des équations de Green-Naghdi**, thème abordé lors de ma thèse. David Lannes et Boris Alvarez-Samaniego ont récemment proposé dans [1] une méthode asymptotique permettant d'obtenir et de justifier de manière systématique l'ensemble des modèles utilisés en océanographie. Nous avons choisi d'utiliser la reformulation des équations de Green-Naghdi proposée dans cet article plutôt que la version historique [14] afin de tirer parti des **propriétés de régularisation** de l'opérateur

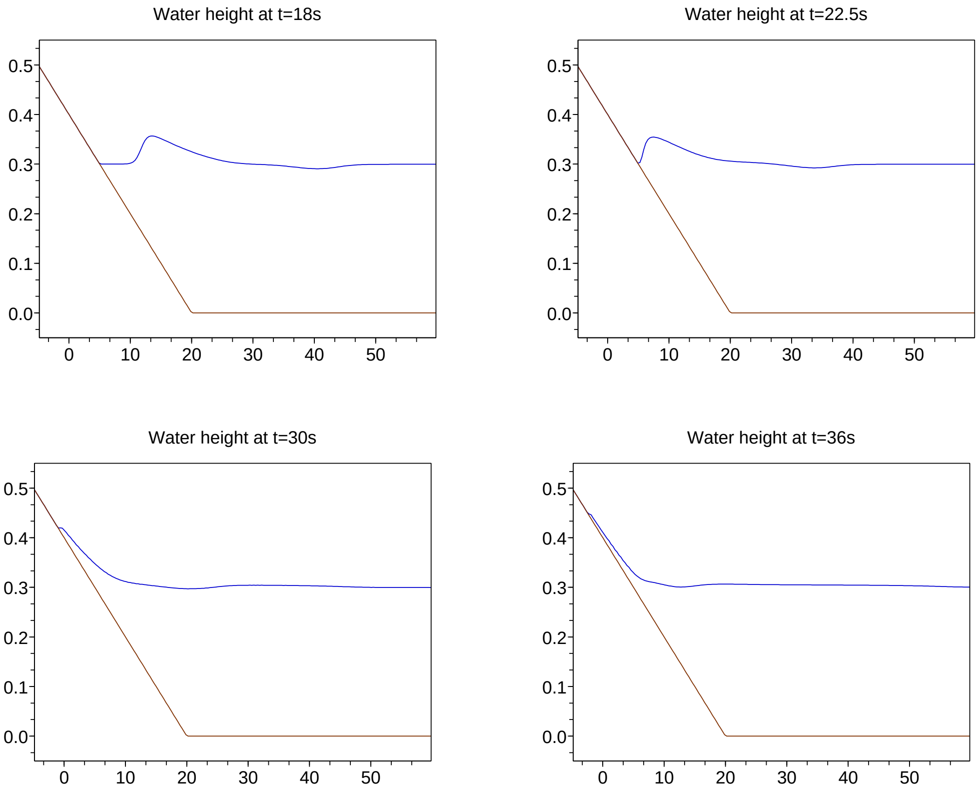

FIGURE 5.3 – Simulation du run-up d'une vague déferlante sur une plage

présent dans les termes dispersifs. Les équations de Green-Naghdi peuvent être reformulées en variables (h, V), où h est la hauteur totale du fluide et V sa vitesse horizontale quasi-moyennée, de la manière suivante

$$\begin{cases} \partial_t h + \nabla \cdot (hV) = 0\,, \\ \partial_t(hV) + \nabla \cdot (hV \otimes V) + \Big(1 + h\mathcal{T}[h,b]\frac{1}{h}\Big)^{-1} \left(\frac{g}{2}\nabla h^2 + gh\nabla b + h\mathcal{Q}_1[h,b]V\right) = 0\,, \end{cases} \tag{5.11}$$

où $\mathcal{T}[h,b]$ et $\mathcal{Q}_1[h,b]$ sont respectivement des opérateurs linéaire et non-linéaire d'ordre deux.

Le principal attrait du modèle de Green-Naghdi est sa capacité à modéliser tout le cycle de formation/déferlement des vagues, dans le sens où il englobe non seulement les équations de Saint-Venant classique, et leur capacité de gestion du déferlement et de la ligne d'eau, mais aussi les termes dispersifs venant des modèles de Boussinesq, permettant de reproduire les phénomènes responsables de la formation des vagues déferlantes dans la zone de levée. Nous avons ainsi élaboré une discrétisation numérique de ces équations basée sur une **méthode de splitting**, mêlant un traitement en **volumes finis** des équations de Saint-Venant et un traitement aux **différences finies** des termes dispersifs. En d'autres termes, en notant $S(dt)$ l'opérateur permettant de calculer la solution numérique au temps $t+dt$ à partir de celle au temps t, alors on peut décomposer celui-ci selon le splitting de Strang $S(dt) = S_1(dt/2)S_2(dt)S_1(dt/2)$, où l'opérateur S_1 est associé aux équations classiques de Saint-Venant

$$\begin{cases} \partial_t h + \nabla \cdot (hV) = 0\,, \\ \partial_t(hV) + \nabla \cdot (hV \otimes V) + \frac{g}{2}\nabla h^2 + gh\nabla b = 0\,, \end{cases} \tag{5.12}$$

et l'opérateur S_2 est associé à

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t h = 0\,, \\ \partial_t(hV) - \frac{g}{2}\nabla h^2 - gh\nabla b + \Big(1 + h\mathcal{T}[h,b]\frac{1}{h}\Big)^{-1}\Big(\frac{1}{2}g\nabla h^2 + gh\nabla b + h\mathcal{Q}_1[h,b]V\Big) = 0\,, \end{array} \right. \tag{5.13}$$

contenant les termes dispersifs des équations de Green-Naghdi.

L'avantage de cette technique de splitting est de pouvoir utiliser sur (5.12) une méthode **volumes finis** basée sur le **schéma de type VFRoe d'ordre élevé** développé par Fabien Marche et Christophe Berthon ([23], 2008), permettant de résoudre les équations de Saint-Venant tout en préservant la **positivité de la hauteur d'eau**, et de tirer avantage d'une discrétisation différences finies des équations (5.13). Dans le cadre de cette collaboration, j'ai pu réaliser un **code de calcul complet 1DH en Scilab** et valider la méthode proposée sur divers cas-tests, incluant **gestion de la ligne d'eau** et **déferlement** (cf Figure 5.3). Un article sur la présentation et la validation de la méthode numérique en 1DH est en cours de rédaction, tandis qu'un second article est prévu sur l'extension de la méthode en 2DH.

6. Projet de recherche

Dans les années à venir, je compte développer trois principaux axes de recherche s'inscrivant dans la continuité de mes collaborations scientifiques actuelles. Le premier thème porte sur **l'analyse mathématique des modèles de Boussinesq fortement étendus**, tels que ceux développés par Madsen *et al.* et lors de mon post-doctorat, tandis que le second thème s'intéresse à la **modélisation des interactions fluide-solide** avec une application aux **énergies marines**. Le but de mon dernier axe de recherche est d'étudier **l'application des équations de Green-Naghdi à la propagation d'ondes de type tsunami** et à leurs **impacts sur les zones littorales**.

Par ailleurs, je suis tout à fait disposé à me consacrer à de nouveaux thèmes de recherche selon les besoins de l'équipe de recherche que j'intègrerai. Les références citées dans cette partie sont regroupées dans la bibliographie située en fin de dossier.

6.1 Analyse mathématique des modèles de Boussinesq fortement étendus

Dans ce premier axe de recherche, il s'agit d'analyser d'un point de vue mathématique les **modèles de Boussinesq fortement étendus** proposés par Madsen *et al.* dans [21, 22] et lors de mon post-doctorat dans [9]. Ces modèles présentent un domaine de validité physique extrêmement étendu, leur permettant de traiter des ondes très fortement dispersives et non-linéaires et donc d'être applicable en eaux profondes. Cependant, la question de leur **justification mathématique** est actuellement une question ouverte, dont la réponse permettrait de mieux comprendre la structure des équations et d'expliquer l'apparition d'instabilités en temps long, rencontrées lors des simulations numériques sur ces modèles. A titre d'exemple, une telle approche de justification mathématique a été proposée par Alvarez-Samaniego & Lannes dans [1], et a permis d'obtenir et de justifier la formulation simple des équations de Green-Naghdi (5.11).

Par justification mathématique, j'entends ici l'**étude du caractère bien posé** de ces modèles et l'**étude de la convergence des solutions vers celles du problème complet** d'Euler surface libre. L'étude du caractère bien posé repose essentiellement sur celle des **opérateurs de Dirichlet-Neumann approchés** utilisés dans ces modèles. En effet, seule la manière dont est approché l'opérateur complet (5.2-5.3) diffère du problème complet d'Euler surface libre (5.1). Une étude complète de l'opérateur de Dirichlet-Neumann (5.2-5.3) a été proposée par David Lannes dans [19] et [1], ces travaux ayant permis de conclure sur le caractère bien posé du problème en profondeur finie et en temps long, qui est un résultat de référence. Les techniques complexes d'analyse employées dans ces travaux ne peuvent *a priori* pas être appliquées aux opérateurs de Dirichlet-Neumann approchés construits dans [21, 22, 18, 9], mais peuvent néanmoins initier quelques pistes de réflexion. En particulier, quelle **régularité** doit-on imposer sur la condition de Dirichlet et la surface libre pour ces opérateurs ? De quelle régularité a-t-on également besoin sur la bathymétrie h ? Ce sont des questions auxquelles je propose de m'intéresser en commençant par l'**étude de l'opérateur statique** $\mathcal{G}_0^{app}[h]$ introduit dans [9].

En ce qui concerne l'**étude de la convergence des solutions** vers celles du problème complet, la principale difficulté inhérente à cette analyse réside dans le fait que la construction de ces modèles ne repose pas directement sur un développement asymptotique en fonction d'un petit paramètre, comme c'est le cas dans la plupart des modèles d'écoulements à surface libre. Ceci pose en particulier la question suivante : quel sens doit-on ici donner à la notion de *convergence* des solutions de ces modèles. En d'autres termes, comment peut-on quantifier le fait que ces modèles fournissent effectivement des **approximations du problème complet** ? L'idée la plus naturelle serait d'introduire une hypothèse *artificielle* de petitesse du paramètre de dispersion μ et d'étudier dans ce cadre précis les erreurs commises entre ces modèles approchés et le problème complet, pour ensuite tenter de quantifier l'évolution de ces erreurs si l'on relaxe progressivement cette hypothèse. Cette étude pourra être abordée dans un premier temps sur le cas simplifié d'un fond plat.

6.2 Interactions fluide-solide et application aux énergies marines

Ce deuxième axe de recherche porte sur la **modélisation mathématique et numérique des interactions fluide-solide** et son application aux **énergies marines**, en particulier aux **systèmes houlomoteurs** permettant de récupérer l'énergie des vagues.

Les énergies marines représentent actuellement un enjeu scientifique de taille, à une époque où la recherche de nouvelles énergies renouvelables est devenu une question environnementale essentielle. Ces énergies possèdent un potentiel exceptionnel et il appartient désormais à la communauté scientifique de l'exploiter au mieux. Cette thématique est extrêmement dynamique, comme en témoignent les nombreuses études ou conceptions de prototypes initiées ces dernières années, et offre de nombreuses perspectives intéressantes, tant du point de vue de la **modélisation mathématique** que de la **modélisation numérique**.

Dans cet axe de recherche, j'aimerais m'intéresser à la **modélisation de l'interaction entre un fluide et un solide (immergé ou flottant)**. Cette thématique fait actuellement l'objet d'une thèse au sein du Laboratoire Saint-Venant (Etienne Guerber, sous la direction de Michel Benoit), visant à améliorer les outils de modélisation de la dynamique du système couplé hydrodynamique-mécanique, de façon à être à même de considérer des corps de forme quelconque dans un environnement réel. L'approche considérée se base sur un traitement par éléments frontières désingularisés des équations en potentiel, dont le principal inconvénient réside dans son coût numérique, qui est particulièrement élevé en 3D. Il semble dès lors intéressant de s'intéresser à l'application de **modèles approchés** sur ce problème d'interactions fluide-solide.

Ce type d'interaction fait l'objet d'une littérature relativement abondante, au sein de laquelle se situent les travaux d'Eric Jamois [18], dans lesquels l'auteur propose une formulation potentielle simplifiée des modèles de Madsen *et al.* [21, 22], et montre clairement les avantages de ce type de modèle pour l'étude des interactions fluide-structure. Premièrement, les **modèles de Boussinesq fortement étendus** [21, 22, 18, 9] permettent de reproduire fidèlement le **profil orbital des vitesses** sous les vagues, et ainsi d'accéder à des informations précises sur le champ de vitesses du fluide à n'importe quelle cote entre la surface libre et le fond, ce qui n'est pas le cas par exemple des modèles de Saint-Venant ou de Green-Naghdi. Deuxièmement, l'utilisation d'une **formulation potentielle** (ce qui exclut [21, 22]) pour l'étude des interactions fluide-structure permet de gagner en précision et surtout en **stabilité** par rapport à d'autres méthodes numériques plus lourdes. Ces deux aspects considérés font donc du **modèle double-couche** construit lors de mon post-doctorat un excellent candidat pour l'étude des interactions fluide-solide. Une première approche pourra se baser sur un **couplage passif** entre l'écoulement du fluide et le déplacement du solide immergé, afin d'établir les bases de l'étude, pour ensuite s'intéresser aux méthodes de **couplage rétroactif**. Une **collaboration avec Etienne Guerber** (Doctorant, Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant) **et Michel Benoit** (Directeur du Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant) sur la comparaison de cette approche avec un traitement par éléments aux frontières du problème complet est fortement envisagée.

L'intérêt de cette étude est double : il s'agit non seulement d'améliorer **la modélisation et la conception des systèmes houlomoteurs** grâce à des modèles précis présentant un faible coût numérique, mais également d'étudier **l'impact de la présence de tels systèmes sur l'hydrodynamique locale** (la modification du champ de vagues et de leur hauteur significative par exemple) et l'évolution sédimentologique des fonds marins, ou bien encore l'impact de ces systèmes entre eux (parcs). Ce dernier aspect pourra éventuellement déboucher sur des problèmes d'**optimisation**, soit au niveau du placement des dispositifs soit au niveau de leur forme géométrique.

6.3 Application des équations de Green-Naghdi aux ondes de type tsunami

Ce troisième axe de recherche porte sur l'étude de l'**application du modèle de Green-Naghdi aux ondes de type tsunami**. Ce thème se situe dans la directe continuité des travaux actuels sur ce modèle en collaboration avec Philippe Bonneton, David Lannes et Fabien Marche.

Le cycle de vie des tsunamis peut être essentiellement divisé en trois parties : la **génération**, la **propagation** et enfin l'**inondation des zones littorales**. En ce qui concerne la génération des tsunamis, le couplage entre la sismologie et l'hydrodynamique nécessite l'emploi de modèles locaux relativement complexes pour obtenir des résultats satisfaisants, afin ensuite d'initier la phase de propagation. Durant cette phase, le tsunami s'apparente alors à une **onde longue de faible amplitude** : au large, un tsunami présente typiquement une amplitude de quelques mètres pour une longueur d'onde de l'ordre de 200 kilomètres. Ce type d'onde se situe donc parfaitement dans le domaine de validité des **modèles de Boussinesq classiques**, ceux-ci permettant de traiter des ondes faiblement non-linéaires et faiblement dispersives. Ces modèles de Boussinesq sont ainsi particulièrement adaptés à la modélisation de la propagation des tsunamis, et très souvent utilisés par la communauté scientifique. Cependant, leur domaine de validité ne permet pas de rendre compte des **phénomènes fortement non-linéaires** apparaissant près de la côte lors de la phase de déferlement et d'inondation, où les **équations de Saint-Venan**t sont beaucoup plus adaptées.

C'est ici qu'apparaît clairement l'intérêt de l'utilisation des **équations de Green-Naghdi** dans la **modélisation complète du cycle de propagation, de déferlement et d'inondation**. En effet, le modèle de Green-Naghdi permet de traiter avec précision des **ondes fortement non-linéaires et moyennement dispersives**, et présente en outre l'avantage de dégénérer vers les équations de Saint-Venant en eaux peu profondes. Il permet donc à lui seul de gérer la **propagation des tsunamis** du large vers la côte, les **phénomènes de shoaling** dans la zone de levée ainsi que **le déferlement et l'inondation des zones littorales**.

Lors de mes travaux sur les équations de Green-Naghdi, nous avons proposé une **méthode de splitting** permettant de traiter séparément les **équations de Saint-Venant** et les **termes dispersifs** du modèle. Cette méthode prend tout son sens dans le cas de l'étude des tsunamis, dans la mesure où l'on peut facilement mettre en place un **critère de profondeur** en dessous duquel la partie dispersive du modèle ne sera plus calculée, laissant ainsi place aux seules équations de Saint-Venant. Cette modélisation numérique des équations de Green-Naghdi présente ainsi l'avantage de pouvoir s'affranchir de coûteux couplages de codes de calcul de type Boussinesq et Saint-Venant utilisés par certains chercheurs.

Je compte proposer à **Frédéric Dias** (Professeur, ENS Cachan) **et Denys Dutykh** (Chargé de recherche, Université de Savoie), dont les recherches portent sur ces thèmes de propagation des tsunamis et d'impact sur les zones littorales, de mener cette étude numérique dans le cadre d'une **collaboration scientifique**. Plusieurs configurations pourraient être simulées et les résultats comparés, entre autres, avec les données recueillies en 2004 dans l'Océan Indien. Par ailleurs, l'inclusion de **termes de viscosité** telle que proposée dans [12, 11] pourra être envisagée afin de rendre compte des **effets dissipatifs** (non négligeables ici) sur la propagation de ces vagues extrêmes.

7. Bibliographie

[1] B. Alvarez-Samaniego, D. Lannes, *Large time existence for 3D water-waves and asymptotics*, Invent. Math. **171(3)** (2008), pp. 485–542.

[2] C. Besse, C.H. Bruneau, *Numerical study of elliptic-hyperbolic Davey-Stewartson system : dromions simulation and blow-up*, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences **8(8)** (1998), pp. 1363–1386.

[3] J.L. Bona, M. Chen, J.C. Saut, *Boussinesq Equations and Other Systems for Small-Amplitude Long Waves in Nonlinear Dispersive Media. I : Derivation and Linear Theory*, J. Nonlinear Sci. **12** (2002), pp. 283–318.

[4] J.L. Bona, M. Chen, J.C. Saut, *Boussinesq Equations and Other Systems for Small-Amplitude Long Waves in Nonlinear Dispersive Media. II : Nonlinear Theory*, Nonlinearity **17** (2004), pp. 925–952.

[5] J.L. Bona, T. Colin, D. Lannes, *Long Waves Approximations for Water Waves*, Arch. Rational Mech. Anal. **178** (2005), pp. 373–410.

[6] J.V. Boussinesq, *Théorie de des ondes et remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond*, J. Math. Pures Appl. **17(2)** (1872), pp. 55–108.

[7] F. Chazel, *Influence of bottom topography on long water waves*, M2AN **41(4)** (2007), pp. 771–799.

[8] F. Chazel, *On the Korteweg-de Vries approximation for uneven bottoms*, European Journal of Mechanics B/Fluids **28(2)** (2009), pp. 234–252.

[9] F. Chazel, *A double-layer Boussinesq-type model for highly nonlinear and dispersive waves*, accepté pour publication dans Proceedings of the Royal Society of London A, preprint arXiv :0903.4396 ou hal-00371036, 2009, 28pp.

[10] W. Craig, *An existence theory for water waves and the Boussinesq and Korteweg-de Vries scaling limits*, Comm. Partial Differential Equations **10(8)** (1985), pp. 787–1003.

[11] D. Dutykh, *Modélisation mathématique des tsunamis*, Thèse de doctorat, 2007.

[12] D. Dutykh, F. Dias, *Dissipative Boussinesq equations*, C. R. Mécanique, **335** (2007), pp. 559–583.

[13] C. Fochesato, F. Dias, *A fast method for nonlinear three-dimensional free-surface waves*, Proceedings of the Royal Society of London A **462** (2001), pp. 2715–2735.

[14] A.E. Green, P.M. Naghdi, *A derivation of equations for wave propagation in water of variable depth*, J. Fluid Mech. **78** (1976), pp. 237–246.

[15] S. Grilli, P. Guyenne, F. Dias, *A fully nonlinear model for three-dimensional overturning waves over arbitrary bottom*, International Journal for Numerical Methods in Fluids **35** (2001), pp. 829–867.

[16] T. Iguchi, *A long wave approximation for capillary-gravity waves and an effect of the bottom*, Comm. Partial Differential Equations **32** (2007), pp. 37–85.

[17] D.G. Korteweg, G. de Vries *On the change of form of long waves advancing in the rectangular canal and a new type of long stationary waves*, Phil. Mag. **39** (1895), pp. 422-443.

[18] E. Jamois, *Interaction houle-structure en zone côtière*, Thèse de doctorat, 2005.

[19] D. Lannes, *Well-posedness of the water-waves equations*, J. Amer. Math. Soc. **18** (2005), pp. 605-654.

[20] P. Lynett, P.L.-F. Liu, *A two-layer approach to water wave modeling*, Proc. R. Soc. Lond. A **460** (2004), pp. 2637–2669.

[21] P.A. Madsen, H.B. Bingham, H. Liu, *A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water*, J. Fluid Mech. **462** (2002), pp. 1–30.

[22] P.A. Madsen, H.B. Bingham, H.A. Schäffer, *Boussinesq-type formulations for fully nonlinear and extremely dispersive water waves : derivation and analysis*, Proc. R. Soc. Lond. A **459** (2003), pp. 1075–1104.

[23] C. Berthon, F. Marche, *A positive preserving high order VFRoe scheme for shallow water equations : a class of relaxation schemes*, SIAM J. Sci. Comput. **30(5)** (2008), pp. 2587–2612.

[24] V.I. Nalimov, *The Cauchy-Poisson problem.* (Russian) Dinamika Splošn. Sredy Vyp. 18 Dinamika Zidkost. so Svobod. Granicami, **254** (1974), pp. 104–210.

[25] G. Schneider, C.E. Wayne, *The long-wave limit for the water-wave problem. I. The case of zero surface tension.*, Comm. Pure Appl. Math. **162(3)** (2002), pp. 247–285.

[26] S. Wu, *Well-posedness in Sobolev spaces of the full water wave problem in* 2-*D*, Invent. Math. **130(1)** (1997), pp. 39–72.

[27] S. Wu, *Well-posedness in Sobolev spaces of the full water wave problem in* 3-*D*, J. Amer. Math. Soc. **12(2)** (1999), pp. 445–495.

[28] V.E. Zakharov, *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **2** (1968), pp. 190–194.

8. Annexes

8.1 Lettres de recommandation

- **Lettres de recommandation pour l'aspect recherche :**
  - **David Lannes**, Directeur de Recherche CNRS à l'ENS Paris (lettre envoyée par mail au président de la commission),
  - **Alexandre Ern**, Professeur à l'Ecole des Ponts ParisTech (lettre envoyée par mail au président de la commission),
  - **Michel Benoit**, Directeur du Laboratoire d'Hydraulique Saint-Venant (lettre envoyée par mail au président de la commission),
  - **Frédéric Dias**, Professeur à l'ENS Cachan (lettre antérieure réutilisée avec l'accord de son auteur).
- **Lettres de recommandation pour l'aspect enseignement :**
  - **Michel Kern**, Chargé de Recherche à l'INRIA Rocquencourt (lettre envoyée par mail au président de la commission),
  - **Jean-Baptiste Burie**, Professeur à l'Université Bordeaux 2 (lettre antérieure réutilisée avec l'accord de son auteur).

8.2 Liste de personnes à contacter

- **Jerry Bona**, Professeur à l'Université d'Illinois (Chicago),
  ☞ Bona@math.uic.edu
- **Jean-Claude Saut**, Professeur à l'Université Paris-Sud (Orsay),
  ☞ Jean-Claude.Saut@math.u-psud.fr
- **Serge Piperno**, Directeur de la Recherche à l'Ecole des Ponts,
  ☞ Serge.Piperno@enpc.fr
- **Fabien Marche**, Maître de Conférences à l'Université Montpellier 2,
  ☞ Fabien.Marche@math.univ-montp2.fr
- **Denys Dutykh**, Chargé de Recherche CNRS à l'Université de Savoie (Chambéry),
  ☞ Denys.Dutykh@univ-savoie.fr

8.3 Pièces jointes

- Déclaration de candidature ANTARES/ANTEE datée et signée,
- Copie de l'attestation de doctorat délivrée par l'Université Bordeaux 1,
- Copie recto-verso de la carte nationale d'identité,
- Justificatifs officiels des enseignements réalisés,
- Copie des rapports de pré-soutenance, rédigés par Didier Bresch et Jean-Claude Saut,
- Copie du rapport de soutenance de thèse.